

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference

การจำลองแบบสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์ควบคู่กับแรงตึงผิว
สำหรับการเคลื่อนที่ของหยดน้ำบนพื้นผิวแนวตั้ง
Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation Coupled with Surface Tension for
Droplet Motion on Vertical Surface

ชัยยศ กำธรเจริญ (Chaiyod Kamthorncharoen)* กิติพร พลายมาศ (Kitiporn Plaimas)**

บทคัดย่อ

งานวิจัยชิ้นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาและประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์ในการแก้ปัญหากลไกการเคลื่อนที่ของหยดน้ำ (2) ศึกษาแบบจำลองของแรงตึงผิวและการประยุกต์ใช้เข้ากับระเบียบวิธีสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์และ (3) จำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำรูปแบบ 2 มิติที่เคลื่อนที่ในทิศทางแนวตั้ง

การเคลื่อนที่ของหยดน้ำขนาด 10, 15, 20, 25, 30 มิลลิกรัม ถูกจำลองโดยใช้วิธีสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์ ซึ่งเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ไม่ขึ้นอยู่กับกริด โดยในระเบียบวิธีนี้จะทำการแบ่งของเหลวที่พิจารณาออกเป็นองค์ประกอบที่ไม่ต่อเนื่อง เรียกแทนด้วย “อนุภาค” จากนั้นจะแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์ควบคู่กับแรงตึงผิวซึ่งเกิดขึ้นจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคซึ่งแตกต่างกันระหว่างอนุภาคที่เป็นของไหล-ของไหล, ของไหล-ของแข็งที่เปียก, ของไหล-ของแข็งที่ไม่เปียก โดยสถานะของหยดน้ำ และมุมถอยที่ได้จากการจำลองจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริงจากงานวิจัยของ Dawei Zhuang (Dawei Zhuang et. al. 2014)

ผลที่ได้พบว่าการจำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำให้ผลที่สอดคล้องกับการทดลองจริง แสดงให้เห็นถึงระเบียบวิธีสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์ควบคู่กับแรงตึงผิวสามารถประยุกต์ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของหยดน้ำได้เป็นอย่างดี

คำสำคัญ การเคลื่อนที่ของหยดน้ำ แรงตึงผิว สมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์

* นักศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย nicetakeru@gmail.com

** อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย kitiporn.p@chula.ac.th

Abstract

The objectives of this research were (1) to study and apply the smoothed particle hydrodynamics (SPH) to solve the droplet motion problem (2) to study the surface tension model and integrate it into SPH (3) to simulate the two dimensional droplet movement on vertical direction

The movement of droplet 10, 15, 20, 25 and 30 mg are simulated by using smoothed particle hydrodynamics (SPH), which is a numerical meshfree method. With this technique, the fluid is divided into discrete elements, referred as particles. Simulating the droplet hanging on the wall, the surface tension force is applied to model the interactions between particles differently in the context of fluid-fluid, fluid-wetted solid area, or fluid-nonwetted solid area. The receding angles obtained from simulation are compared with experimental data from Dawei Zhuang et. al. (Dawei Zhuang et. al. 2014)

The numerical results show the effect of surface tension that allows the droplets hanging on the wall and the comparison of droplet status, that is retent or moving, and receding angles with the experimental data gives a good agreement.

Keywords: Droplet motion, Surface tension, Smoothed particle hydrodynamics

บทนำ

ปรากฏการณ์หยดน้ำเกาะอยู่ตามพื้นผิวแนวตั้งต่างๆเป็นสิ่งที่พบเห็นได้ในชีวิตประจำวันเช่นหยดน้ำเกาะที่กระจกหน้าต่างในวันที่ฝนตก ซึ่งเป็นสิ่งที่น่าสนใจว่าเหตุใดหยดน้ำยังคงรูปและเกาะติดอยู่กับพื้นผิวได้ทั้งที่ควรที่จะเคลื่อนที่ลงตามแรงโน้มถ่วงของโลก หรืออย่างเช่นในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้ในตู้เย็น หรือเครื่องปรับอากาศก็มีหยดน้ำที่เกิดขึ้นจากการควบแน่นขึ้นที่ผิวของอุปกรณ์ แบบจำลองนี้คาดว่าจะมีประโยชน์ต่อการทำนายการเคลื่อนที่ของหยดน้ำเหล่านั้น มีนักวิจัยหลายท่านศึกษาปัญหาในลักษณะนี้ด้วยรูปแบบการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โครงร่างของหยดน้ำบนพื้นผิวแนวตั้งถูกศึกษาโดย Merte และ Yamali (Merte & Yamali, 1983) โดยใช้กลวิธีของแคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of variation) ทำให้ได้มาซึ่งสมการของผิวของหยดน้ำโดยการอาศัยการหาพลังงานรวมทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด (minimizing total energy)

Milinazzo และ Shinbrot (Milinazzo & Shinbrot, 1988) ได้นำเสนอ Bond number B_0 ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างแรงโน้มถ่วงของโลกกับแรงตึงผิว

$$B_0 = \frac{\rho g a^2}{\sigma} \quad (1)$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของของไหล, g คือแรงโน้มถ่วง, a คือพื้นที่ที่เปียก, และ σ คือแรงตึงผิวเขาได้สมมติว่าหยดน้ำเกาะบนพื้นที่ที่จำกัดโดยพบว่า การเพิ่มขึ้นของ Bond number คือการเพิ่มขึ้นของมุมสัมผัส

นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยของ Dawei Zhuang (Dawei Zhuang et. al., 2014) ที่พยายามอธิบายการเคลื่อนที่ของหยดน้ำด้วยระเบียบวิธี volume of fluid-continuous surface force (VOF-CSF) ร่วมกับมุมสัมผัสเพื่อทำนายการเคลื่อนที่ของหยดน้ำบนพื้นผิวแนวตั้งภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก, แรงตึงผิว และแรงจากกระแสลม (airflow force) สำหรับอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนรูปท่อแบบมีครีบ (tubed-finned heat exchanger) โดยผลการจำลองโดยวิธี VOF-CSF ให้ผลการทดลองที่สอดคล้องกับผลการทดลองจริงจากการเปรียบเทียบมุมถอย (receding angle) และความเร็วของหยดน้ำ โดยในการทดลองนั้นได้ใช้กระบอกฉีดยาในสเกลไมโครลิตรในการกำหนดปริมาณที่แน่นอนของหยดน้ำ และกล้องความเร็วสูงถูกนำมาใช้ในการเก็บภาพของหยดน้ำ จากนั้นมุมจะถูกวัดโดยซอฟต์แวร์ด้านการประมวลผลภาพ (image processing software) และผลการทดลองจริงจากงานวิจัยของ Dawei Zhuang ถูกนำมาใช้อ้างอิงในงานวิจัยชิ้นนี้ด้วย

ดังนั้น จึงเป็นที่น่าสนใจว่าการพยายามอธิบายรูปแบบการเคลื่อนที่ของหยดน้ำด้วยอนุภาคและปฏิสัมพันธ์ภายในหยดน้ำและพื้นผิว โดยในงานวิจัยนี้ประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีสมูทพาร์ติเคิลไฮโดรไดนามิกส์ (Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบที่ไม่ขึ้นกับกริด จึงสามารถแก้ปัญหาบนโดเมนที่มีความซับซ้อนได้ดีมากกว่าระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบที่ขึ้นกับกริดอื่นๆเช่น ระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite difference method) หรือระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) และถูกใช้ครั้งแรกในการแก้ปัญหาการจำลองทางดาราศาสตร์ (astrophysical) (Lucy, 1977) ในปัจจุบัน SPH เป็นวิธีที่ถูกใช้อย่างแพร่หลายในการจำลองปัญหาการไหลโดยการแบ่งโดเมนของของไหลออกเป็นเซตของอนุภาคที่แต่ละอนุภาคจะเก็บค่าต่างๆไว้เช่นความหนาแน่น (ρ) ความดัน (P) ความเร่ง (a) ความเร็ว (v) และตำแหน่ง (r)

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4 The 4th STOU Graduate Research Conference

เมื่อพิจารณาพฤติกรรมของหยดน้ำที่เกาะกำแพงภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกและแรงตึงผิวเพื่อจำลองการเคลื่อนที่ใน 2 มิติโดยใช้ SPH โดยที่แรงตึงผิวเป็นส่วนสำคัญอย่างมากในการคงตัวความเป็นหยดของหยดน้ำหลายงานวิจัยที่ผ่านมาผู้วิจัยมากมายทำการจำลองแรงตึงผิวในหลายๆวิธีที่แตกต่างกัน Nugent และ Posch (Nugent & Posch, 2000) ได้ใช้ความดันเชื่อมแน่น (cohesive pressure) จากสมการสถานะของ Van der Waal (VdW) ในการสร้างแบบจำลองของแรงตึงผิวต่อมา Morris (Morris, 2000) และ Das และ Das (Das & Das, 2009) ได้พยายามผสมผสานวิธี continuous surface force (CSF) (Brackbill, 1994) เข้ากับ SPH แต่ผลที่ได้กลับทำให้ระเบียบวิธีมีความยุ่งยากมากขึ้นเพราะต้องมีการตรวจสอบอนุภาคที่เป็นพื้นผิว (surface detection) ที่ทำให้ใช้เวลาการคำนวณเพิ่มมากขึ้นพอสมควรจากนั้น Tartakovsky และ Meakin (Tartakovsky & Meakin, 2005) ได้จำลองแรงตึงผิวจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาค (particle-particle interactions) ซึ่งแบ่งออกเป็นของไหล-ของไหล และของไหล-ของแข็งซึ่งในวิธีนี้แรงลัพธ์ของแต่ละอนุภาคจะไม่ใช่ศูนย์เฉพาะอนุภาคที่อยู่ในตำแหน่งที่ใกล้กับพื้นผิวโดยแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้นคือแรงตึงผิวจึงทำให้เทคนิคนี้ประหยัดเวลาในการคำนวณการตรวจหาพื้นผิวเพราะฉะนั้นเทคนิคนี้จึงถูกประยุกต์ใช้ผสมเข้ากับระเบียบวิธี SPH สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. ศึกษาและประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีสมูทพาร์ทิเคิลไฮโดรไดนามิกส์ในการแก้ปัญหากลศาสตร์การเคลื่อนที่ของหยดน้ำ
2. ศึกษาแบบจำลองของแรงตึงผิวและการประยุกต์ใช้เข้ากับระเบียบวิธีสมูทพาร์ทิเคิลไฮโดรไดนามิกส์
3. จำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำในทิศทางแนวดิ่งใน 2 มิติ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. แผน SPH (SPH Scheme)

ในระเบียบวิธี SPH (Liu & Liu, 2003) โดเมนของของไหลถูกแบ่งออกเป็นเซตของอนุภาค N อนุภาค โดยที่แต่ละอนุภาคจะเก็บค่าต่างๆเช่นมวล (m) ความหนาแน่น (ρ) ความดัน (P) ตำแหน่ง ($\mathbf{r}$) และความเร็ว ($\mathbf{v}$) ซึ่ง SPH เป็นวิธีการประมาณค่าในช่วงที่ตั้งอยู่บนการประมาณค่าอินทิกรัลโดยการใช้ฟังก์ชันปรับเรียบ (smoothing function) $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$ (บางครั้งอาจเรียกว่า “เคอร์เนลฟังก์ชัน (kernel function)”) ในการประมาณ Dirac delta ฟังก์ชันโดยที่ h บ่งบอกถึงโดเมนที่มีอิทธิพลของอนุภาค ดังนั้นปริมาณ $A(\mathbf{r})$ ในรูปแบบของอินทิกรัลบนปริภูมิ Ω ถูกนิยามโดย

$$A(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}'. \quad (2)$$

จากการแทนที่ dr' โดยการประมาณปริมาตรของอนุภาคสมการ (2) สามารถเขียนให้อยู่ในการประมาณในรูปแบบผลรวมตามสมการต่อไปนี้

$$A(\mathbf{r}) = \sum_j A(\mathbf{r}_j) V_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (3)$$

โดยที่ j หมายถึงอนุภาคทั้งหมดแทนที่ V_j ด้วยมวล m_j และความหนาแน่น ρ_j ทำให้สมการ(3) กลายเป็น

$$A(\mathbf{r}) = \sum_j A(\mathbf{r}_j) \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (4)$$

เช่นเดียวกันกับพจน์ของ $\nabla A(\mathbf{r})$ สามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla A(\mathbf{r}) = \sum_j A(\mathbf{r}_j) \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (5)$$

ดังนั้นความหนาแน่น ρ_i ของอนุภาคที่ i ถูกประมาณโดย

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (6)$$

มีการเสนอฟังก์ชันปรับเรียบขึ้นมามากมายเพื่อใช้ในระเบียบวิธี SPH ตัวอย่างเช่นฟังก์ชันปรับเรียบรูประฆัง (bell-shaped kernel function) ฟังก์ชันปรับเรียบแบบเกาส์เซียน (Gaussian kernel function) ฟังก์ชันเสมือนพหุนามอันดับต่างๆ (spline functions of different order) โดยฟังก์ชันพหุนามตั้งแต่อันดับสี่ขึ้นไปจะให้การประมาณที่มีความถูกต้องสำหรับปัญหาผิวอิสระ (free surface problem) (Tartakovsky & Meakin, 2005) เพราะฉะนั้นฟังก์ชันเสมือนพหุนามอันดับสี่จึงถูกใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ดังสมการต่อไปนี้

$$W(r, h) = \alpha \begin{cases} \left(3 - \frac{3|r|}{h}\right)^5 - 6\left(2 - \frac{3|r|}{h}\right)^5 + 15\left(1 - \frac{3|r|}{h}\right)^5, & 0 \leq |r| < \frac{h}{3} \\ \left(3 - \frac{3|r|}{h}\right)^5 - 6\left(2 - \frac{3|r|}{h}\right)^5, & \frac{h}{3} \leq |r| < \frac{2h}{3} \\ \left(3 - \frac{3|r|}{h}\right)^5, & \frac{2h}{3} \leq |r| < h \\ 0, & |r| > h \end{cases} \quad (7)$$

โดยที่ $\alpha = \frac{63}{478} \pi h^2$ ในกรณี 2 มิติ

การเคลื่อนที่ของของไหลสามารถอธิบายได้โดยสมการนาเวียร์-สโตกส์ ซึ่งมาจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมควบคู่กับแรงตึงผิว ดังนี้

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\nabla P}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F} \quad (8)$$

โดยที่ $\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v}$ คือพจน์ของความหนืด $\mathbf{F}$ คือแรงลัพธ์ที่เกิดจากแรงจากน้ำหนักของวัตถุ (body forces) และแรงพื้นผิว (surface forces) ในส่วนของความดัน P สามารถหาค่าได้จากการแทนค่าในสมการสถานะของ Batchelor (Batchelor, 1967)

$$P_i = B \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (9)$$

โดยที่ ρ_0 คือความหนาแน่นอ้างอิง (กำหนดให้เป็น 1000 kg/m^3 สำหรับน้ำ) γ เป็นค่าคงที่โดยในกรณีของน้ำในที่นี้กำหนดให้มีค่าเป็น 7 สำหรับ B เป็นค่าคงที่ซึ่งเป็นอัตราส่วนของอัตราเร็วของเสียง (speed of sound) C_S และค่าคงที่ γ ดังนี้

$$B = \frac{C_S^2 \rho_0}{\gamma}$$

ในงานวิจัยนี้จะประมาณพจน์ของความหนืดด้วยความหนืดประดิษฐ์ (artificial viscosity) Π_{ij} ที่ถูกนำเสนอโดย Liu & Liu (Liu & Liu, 2003) ดังนั้นสมการ SPH สำหรับสมการอนุรักษ์โมเมนตัมจึงกลายเป็น

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) + \mathbf{g} + \frac{\mathbf{F}_{ST_i}}{m_i} \quad (10)$$

โดยที่ $\mathbf{F}_{ST}$ คือแรงตึงผิวที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาค ซึ่งแรงผลัก (repulsive force) จะเกิดขึ้นระหว่างอนุภาคที่ห่างกันน้อย และแรงดึงดูด (attractive force) จะเกิดขึ้นระหว่างอนุภาคที่ห่างกันมาก (Tartakovsky & Meakin, 2005) โดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\mathbf{F}_{ST_i} = \sum_j \mathbf{F}_{ij} \quad (11)$$

โดยที่

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{cases} s_{ij} \cos\left(\frac{0.5\pi}{h} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|\right) \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|}, & |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| \leq h \\ 0, & |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| > h \end{cases} \quad (12)$$

โดยที่ s_{ij} คือสัมประสิทธิ์ที่บอกระดับแรงที่กระทำระหว่างอนุภาค i และอนุภาค j โดยจะแตกต่างกันตามปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคว่าเป็นปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคของไหล-ของไหล, ของไหล-ของแข็งที่เปื่อย หรือของไหล-ของแข็งที่ไม่เปื่อย โดยที่ s_{ij} เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อรูปทรง รวมถึงมุมถอยที่เกิดขึ้นของหยดน้ำ

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference

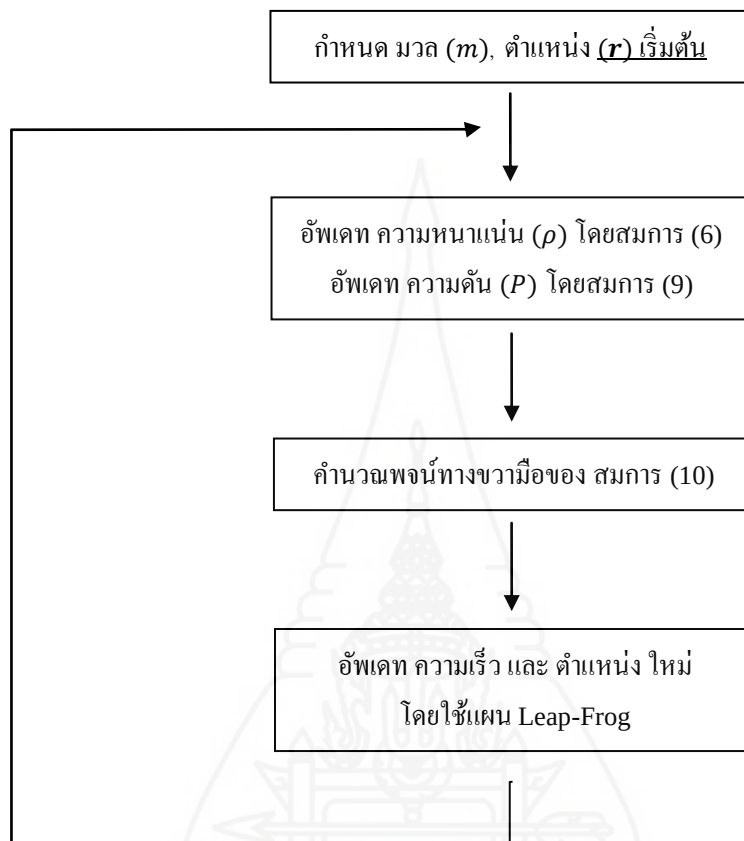
ในงานวิจัยนี้กำแพงจะถูกจำลองขึ้นโดยใช้อนุภาคเหมือนกับของไหลในทิศทางตั้งฉากกับพื้น แต่จะต่างกันที่อนุภาคเหล่านี้จะอยู่นิ่งไม่มีการอัดตัวตำแหน่ง ในเวลาเริ่มต้นกำแพงจะถูกกำหนดให้เป็นพื้นที่ไม่เปียก แต่หลังจากนั้นจะมีการตรวจสอบว่าอนุภาคของไหลเกาะอยู่ตรงส่วนใดของกำแพงบ้าง แล้วจึงกำหนดให้พื้นที่ของกำแพงส่วนนั้นเป็นพื้นที่เปียก โดยมีสมมติฐานคือเมื่ออนุภาคของกำแพงเมื่อถูกทำให้เปียกแล้ว จะคงเปียกตลอดไป

ในแต่ละเวลา ความหนาแน่นของแต่ละอนุภาคจะถูกอัปเดตโดยสมการ (6) จากนั้นทำการคำนวณสมการของสถานะในสมการ (9) จะได้ความดันของแต่ละอนุภาคแล้วคำนวณพจน์ทางขวาของสมการ (10) เพื่อที่จะได้ความเร่ง $\mathbf{a}_i = \frac{d\mathbf{v}_i}{dt}$ ของแต่ละอนุภาคแล้วใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary differential equation) ด้วยวิธี Leap-Frog เพื่อปรับปรุงความเร็ว $\mathbf{v}$ และตำแหน่ง $\mathbf{r}$ ใหม่ของแต่ละอนุภาค ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) &= \mathbf{v}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \mathbf{a}(t)\Delta t \\ \mathbf{r}(t + \Delta t) &= \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \\ \mathbf{v}(t + \Delta t) &= \mathbf{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) + \mathbf{a}(t)\frac{\Delta t}{2} \end{aligned} \tag{13}$$

หลังจากทำการอัปเดตตำแหน่งแล้ว จะมีการสร้างภาพจำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำ และวัดมุมถอยของหยดน้ำโดยใช้ซอฟต์แวร์ด้านการประมวลผลภาพจากนั้นจึงนำมาเปรียบเทียบกับมุมถอยจากภาพหยดน้ำจริงในขนาด 10, 15, 20, 25, 30 มิลลิกรัม จากการทดลองของ Dawei Zhuang เพื่ออภิปรายผลต่อไป

ขั้นตอนวิธีของ SPH สามารถสรุปได้ดังนี้:



การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference

ผลการวิจัย

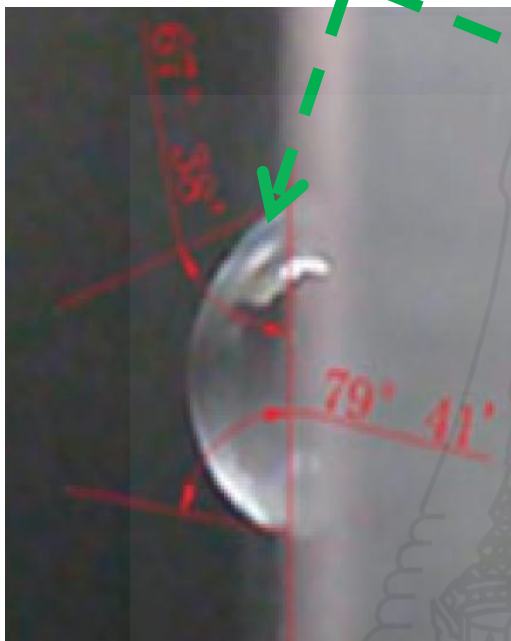
ผลของการจำลองการเคลื่อนของหยดน้ำโดยวิธี SPH ควบคู่กับแรงดึงดูดตามพารามิเตอร์ในตารางที่ 1 สามารถตรวจสอบได้โดยการพิจารณามุมถอย (receding angle) ของภาพตัดขวางของหยดน้ำขนาด 10, 15, 20, 25, 30 มิลลิกรัม ที่กระทำกับพื้นผิวในแนวดิ่งว่าแบบจำลองสามารถอธิบายมุมถอยได้ใกล้เคียงกับภาพหยดน้ำจริงจากการทดลองของ Dawei Zhuang (Dawei Zhuang et. al., 2014) ที่ขนาดน้ำหนักของหยดน้ำต่างๆ รูปที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบมุมถอยของหยดน้ำที่มีน้ำหนัก 10 มิลลิกรัมของภาพถ่ายจริงกับภาพจำลองที่ได้จากวิธี SPH ในงานวิจัยนี้จะเห็นว่าจากภาพจริงของหยดน้ำจากการทดลองของ Dawei Zhuang สำหรับหยดน้ำขนาด 10 มิลลิกรัม วัดมุมถอยได้ขนาดประมาณ 68.63° (เท่ากับ 68 องศา 38 ลิปดา แสดงดังรูปที่ 1) และภาพเสมือนที่ได้จากวิธี SPH วัดมุมถอยได้ขนาดประมาณ 68.2° คิดเป็นความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.63% ซึ่งดีกว่าของ Dawei Zhuang ที่ได้ความคลาดเคลื่อนในระดับ 1%

ตารางที่ 1 แสดงพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการจำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำโดยวิธี SPH

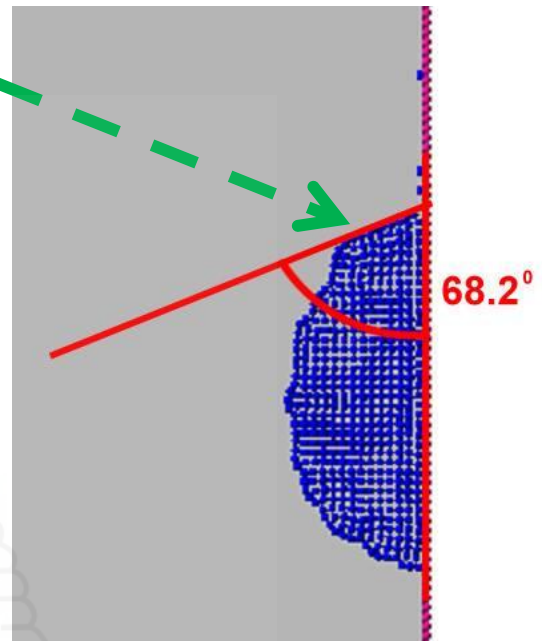
สปส. แรงดึงดูดระหว่างผิวของไหลกับของไหล	0.43
สปส. แรงดึงดูดระหว่างผิวของไหลกับของแข็งที่เปียก	0.47
สปส. แรงดึงดูดระหว่างผิวของไหลกับของแข็งที่ไม่เปียก	0.32
ความหนาแน่นอ้างอิง (ρ_0)	1000 kg/m ³
ความเร็วเสียง (c_s)	15 m/s
ความเร่งโน้มถ่วงของโลก (g)	-9.8 m/s ²
h	0.0002 m
Δt	0.000001 s

รูปที่ 2 แสดงผลการทดลองและวัดมุมถอยของหยดน้ำขนาด 15, 20, 25, และ 30 มิลลิกรัมด้วยภาพตัดขวางของหยดน้ำที่เกาะติดกับกำแพงในแนวดิ่งนอกจากนี้ประสิทธิภาพของแบบจำลองเชิงตัวเลขยังสามารถวัดได้โดยการเปรียบเทียบสถานะของหยดน้ำกับมุมถอยของหยดน้ำที่สถานะนั้นได้ ดังแสดงในตารางที่ 2 จะสังเกตเห็นว่า เมื่อกำหนดตำแหน่งของอนุภาคเริ่มต้นเรียงตัวเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ในช่วงแรกหยดน้ำจะเคลื่อนที่ลงเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก จากนั้นจะเริ่มก่อตัวเป็นหยดน้ำเกาะเข้ากับกำแพง ดังแสดงในรูปที่ 1 และ 2 ในกรณีของหยดน้ำขนาด 10, 15 และ 20 มิลลิกรัมจะเห็นว่าหยดน้ำเกาะตัวอยู่นิ่ง (ตารางที่ 2) เนื่องจากแรงดึงดูดผิวมีอิทธิพลต่อหยดน้ำมากกว่าแรงโน้มถ่วงของโลก แต่ในกรณีของหยดน้ำขนาด 25 และ 30 มิลลิกรัม แรงดึงดูดผิวมีอิทธิพลน้อยกว่าแรงโน้มถ่วงทำให้หยดน้ำเคลื่อนที่ลง (ตารางที่ 2) ซึ่งมุมถอยที่เกิดขึ้นในช่วงแรกมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ และคงที่เมื่อเวลาผ่านไปสักระยะหนึ่งที่หยดน้ำคงตัวและรูปร่างจากแรงดึงดูดผิวและแรงโน้มถ่วงของโลกที่คงที่ได้แล้ว

มุมถอย (receding angle) ของหยดน้ำ



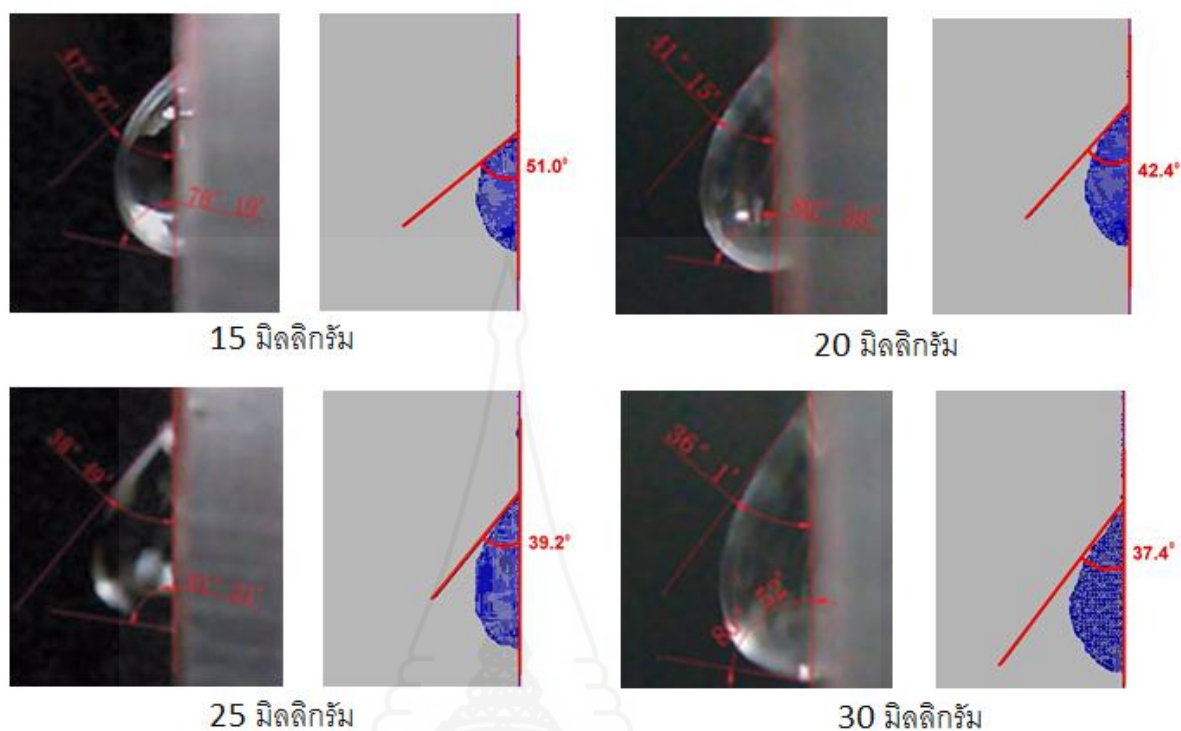
ภาพหยดน้ำจากการทดลอง



ภาพหยดน้ำจำลองจากวิธี SPH

รูปที่ 1 ภาพตัดขวางของหยดน้ำจากการทดลองจริง (Dawei Zhuang et. al., 2014) และโดยวิธี SPH สำหรับหยดน้ำขนาด 10 มิลลิกรัม

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference

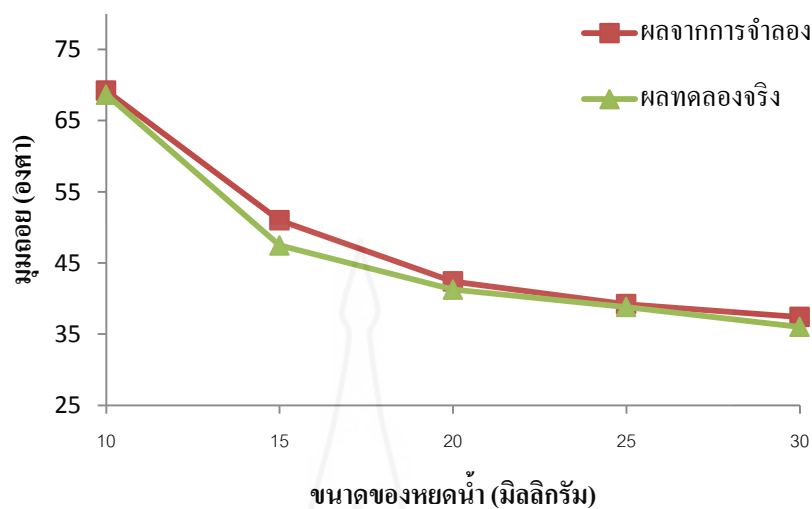


รูปที่ 2 ภาพตัดขวางของหยดน้ำจากการทดลองจริง (Dawei Zhuang et. al., 2014) และโดยวิธี SPH สำหรับหยดน้ำขนาด 15, 20, 25 และ 30 มิลลิลิตร

ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบสถานะของหยดน้ำและมุมถอยระหว่างผลการทดลองเชิงตัวเลขกับผลการทดลองจริง

มวล (มิลลิลิตร)	สถานะ		มุมถอย		ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์, %
	ทดลองจริง	จำลอง	ทดลองจริง	จำลอง	
10	หยดนิ่ง	หยดนิ่ง	68.63°	68.2°	0.63
15	หยดนิ่ง	หยดนิ่ง	47.45°	51.0°	7.48
20	หยดนิ่ง	หยดนิ่ง	41.25°	42.4°	2.78
25	เคลื่อนลง	เคลื่อนลง	38.81°	39.2°	1.01
30	เคลื่อนลง	เคลื่อนลง	36.01°	37.4°	3.86

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference



รูปที่ 3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบมมลอยระหว่างผลจากการจำลองกับผลการทดลองจริง

จากตารางที่ 2 และรูปที่ 3 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของมมลอยเปรียบเทียบระหว่างผลจากการจำลองกับผลการทดลองจริง มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 3.15% โดยค่าสูงสุดอยู่ที่ 7.48% และค่าต่ำสุดเท่ากับ 0.63% ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความแม่นยำของระเบียบวิธีที่ใช้ในวิจัยครั้งนี้

อภิปรายผลการวิจัย

การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีสมูทพาร์ทิเคิลไฮโดรไดนามิกส์ SPH ควบคู่กับแบบจำลองแรงตึงผิวของ Tartakovsky และ Meakin สำหรับการจำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำในแนวดิ่งใน 2 มิติภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกและแรงตึงผิว โดยจำลองแรงตึงผิวด้วยปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาค ซึ่งทำให้เกิดแรงผลัก (repulsive force) และแรงดึงดูด (attractive force) สามารถจำลองการเคลื่อนที่ของหยดน้ำได้เป็นอย่างดี โดยผลการทดลองเชิงตัวเลขพบว่า หยดน้ำขนาด 10, 15 และ 20 มิลลิกรัม จะก่อตัวติดอยู่กับกำแพงเนื่องจากอิทธิพลของแรงตึงผิว และแรงตึงระหว่างผิวระหว่างหยดน้ำและกำแพง (interfacial tension) ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองจริงของ Dawei Zhuang ที่หยดน้ำขนาด 10, 15, 20 มิลลิกรัมก็จะหยดนิ่งเช่นกัน ขณะที่หยดน้ำขนาด 25 และ 30 มิลลิกรัม ด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของโลกมีผลมากกว่าแรงตึงผิวและแรงตึงระหว่างผิว ทำให้หยดน้ำเคลื่อนที่ลง ซึ่งก็สอดคล้องกับผลการทดลองจริงเช่นเดียวกัน และจากการเปรียบเทียบมุมถอย (receding angle) ระหว่างผลการทดลองเชิงตัวเลขกับผลการทดลองจริงของ Dawei Zhuang พบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ยอยู่ที่ 3.15% ค่าสูงสุดอยู่ที่ 7.48% ซึ่งมาจากหยดน้ำขนาด 15 มิลลิกรัม แต่เมื่อคิดเป็นองศาจะได้ความคลาดเคลื่อนเพียง 3 องศา ซึ่งอยู่ในเกณฑ์เชื่อถือได้

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยครั้งนี้ได้เลือกใช้การจำลองแรงตึงผิวด้วยปฏิสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคนั้น แม้ว่าจะช่วยลดภาระการคำนวณในการตรวจหาพื้นผิว แต่บางครั้งแรงลัพธ์ของอนุภาคที่ไม่ได้เป็นพื้นผิวนั้นอาจไม่เป็นศูนย์ ทำให้เกิดความผิดพลาดขึ้นได้ และในการเปรียบเทียบกันระหว่างผลการทดลองเชิงตัวเลขกับผลการทดลองจริงยังมีความคลาดเคลื่อนสูง โดยเฉพาะในกรณีที่หยดน้ำกำลังเคลื่อนที่ลง ทางผลการทดลองจริงไม่มีการแกว่งข้อมูลเวลาอ้างอิงที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบแต่ในงานวิจัยนี้เลือกใช้เวลา 0.5s ซึ่งค่ามุมของหยดน้ำที่เคลื่อนที่ขึ้นยังมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ทำให้เกิดการผิดพลาดขึ้น และควรมีตัวชี้วัดในการตรวจสอบความถูกต้องของการจำลองมากกว่านี้ อย่างเช่น มุมข้างหน้า (advancing angle) หรือความเร็วของหยดน้ำ

เอกสารอ้างอิง

- Batchelor, G. K. (1967). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brackbill, J. U., Kothe, D. B., & Zemach, C. (1994). *A Continuum Method for Modelling Surface Tension*. Journal of Computational Physics, 100, 335-354.
- Das, A. K. & Das, P. K. (2009). *Simulation of Drop Movement over an Inclined Surface using Smoothed Particle Hydrodynamics*. Langmuir, 25, 11459-66.
- Dawei Zhuang, Haitao Hu, Guoliang Ding, Guannan Xi & Weizhe Han (2014). *Numerical Model for Liquid Droplet Motion on Vertical Plain-fin Surface*. HVAC&R Research, 20, 332-343

การจัดประชุมเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ครั้งที่ 4
The 4th STOU Graduate Research Conference

- Jafary, M., &Khandekar, S. (2011). *Simulation of Droplets on Inclined Surfaces using Smoothed Particle Hydrodynamics*. 7th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer (Paper #136), Istanbul, Turkey. July 18-22, 2011.
- Liu, G. R., & Liu, M. B. (2003).*Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*. Singapore,World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Lucy, L. B. (1977). *A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis*. Journal of Astronomy, 82(12), 1013-1024
- Merte, H. Jr. &Yamali, C. (1983). *Profile and Departure Size of Condensation Drops on Vertical Surface*. Wärme-Stoffübertrag., 17, 171-180
- Milinzazzo, F. &Shinbrot, M. (1988).*A Numerical Study of a Drop on a Vertical Wall*. Journal Colloid Interface, 121, 254-264
- Monaghan, J. J. (1992). *Smoothed Particle Hydrodynamics*. Annual Review of Astronomical and Astrophysics, 30, 543-574.
- Morris, J. P., Fox, P. J., & Zhu, Y. (1997). *Modeling Low Reynolds Number Incompressible Flows using SPH*.Journal of Computational Physics, 136, 214 - 226.
- Morris, J. P. (2000). *Simulating Surface Tension with Smoothed Particle Hydrodynamics*. International Journal for Numerical Methods in Fluid, 33, 333-353
- Nugent, S.&Posch, H. A. (2000). *Liquid Drops and Surface Tension with Smoothed Particle Applied Mechanics*. Physical Review, 62 (4), 4968-4975.
- Tartakovsky, A., &Meakin, P. (2005). *Modelling of Surface Tension and Contact Angles with Smoothed Particle Hydrodynamics*. Physical Review, 72 (2), 1-5.

